EduVision: Journal of Innovations in Pedagogy and Educational Advancements
Volume 2, Issue 6, June 2026
brightmindpublishing.com
ISSN (E): 3061-6972

ANALYSIS OF SOME PROBLEMS OF EXPONENTIAL EQUATIONS AND THEIR SOLUTIONS

Kahramonova Farangiz Bakhtiyorjon kizi
Student, KokandSU
qahramonova_2026@icloud.com

Abstract
This article analyzes some types of exponential equations, the main methods of solving them, and the effectiveness of these methods. The possibilities of applying equal bases, variable substitution, logarithmization, and graphical methods are illustrated with examples.

Keywords: Exponential equation, exponential function, logarithmization, substitution method, graphical method, mathematical education.

Introduction

KO‘RSATKICHLI TENGLAMALARNING AYRIM MASALALARI VA ULARNING YECHIMLARINI TAHLIL QILISH

Qahramonova Farangiz Baxtiyorjon qizi (Talaba, Qo‘qonDU)
qahramonova_2026@icloud.com

Annotatsiya:
Ushbu maqolada ko‘rsatkichli tenglamalarning ayrim turlari, ularni yechishning asosiy usullari hamda ushbu usullarning samaradorligi tahlil qilinadi. Teng asosga keltirish, o‘zgaruvchi almashtirish, logarifmlash va grafik usullarning qo‘llanilish imkoniyatlari misollar asosida yoritilgan.

Kalit so‘zlar: ko‘rsatkichli tenglama, ko‘rsatkichli funksiya, logarifmlash, almashtirish usuli, grafik usul, matematik ta’lim.

Kirish

Ko‘rsatkichli tenglamalar algebra kursining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, ular maktab va oliy ta’lim matematikasi kurslarida keng o‘rganiladi. Ushbu tenglamalar

EduVision: Journal of Innovations in Pedagogy and Educational Advancements
Volume 2, Issue 6, June 2026
brightmindpublishing.com
ISSN (E): 3061-6972

iqtisodiyot, fizika, biologiya va texnika sohalaridagi ko‘plab jarayonlarni modellashtirishda qo‘llaniladi. Shuning uchun ularni yechish usullarini tizimli ravishda tahlil qilish dolzarb masalalardan hisoblanadi.
Ko‘rsatkichli tenglamalarni o‘rganish masalalari algebra va matematik analizga oid ilmiy manbalarda keng yoritilgan. Jumladan, xorijiy va yurtimiz olimlarning ishlarida ko‘rsatkichli funksiyalar hamda tenglamalarning nazariy asoslari ishlab chiqilgan. Zamonaviy metodik tadqiqotlarda esa ushbu mavzuni o‘qitishning samarali usullariga alohida e’tibor qaratilgan.
Ko‘rsatkichli funksiyaning boshqa fanlarga tatbiqlari benihoya kattadir. U fizika, kimyo, biologiya, geografiya, iqtisod va boshqa bir qator fanlarda qo‘llaniladi. Bakteriyalar sonining ko‘payishi, qonda adrenalin konsentrasiyasi, buyraklarning qondan radioaktiv izotoplarni olib tashlash qobiliyati, qondagi gemoglobin konsentrasiyasining tiklanishi, populyatsiyaning o‘zgarishi-bularning barchasi ko‘rsatkichli funksiya qonunlari bo‘yicha o‘lchanadi.
Tadqiqot jarayonida matematik tahlil, taqqoslash, umumlashtirish va misollarni yechish metodlaridan foydalanildi. Ko‘rsatkichli tenglamalarni yechishning asosiy usullari tanlanib, ularning afzalliklari va qo‘llanish sohalari tahlil qilindi.

Asosiy qism

I. $a_0 m^{nx+c_1} + a_1 m^{nx+c_2} + \ldots + a_n m^{nx+c_n} = F$ **ko‘rinishdagi tenglamalar.**

Bunday ko‘rinishdagi tenglamalarning darajasida x oldidagi koeffitsientlar bir xil bo‘ladi. Bu ko‘rinishdagi tenglamalarni yechishda m^{nx} ni yoki m^{nx+c_k} ni qavsning tashqarisiga chiqaramiz. Bunda $c_k - c_i\,(\mathrm{i} = \overline{1,\mathrm{n}})$ sonlarning eng kichigidir. Qavs ichida qolgan o‘zgarmas sonni A orqali belgilaymiz, u holda $m^{nx+c_k} \cdot A = F$ hosil bo‘ladi.

Agar $\frac{F}{A} \le 0$ bo‘lsa tenglama ildizga ega emas. Agar $F = A$ bo‘lsa $nx + c_k = 0$ bo‘ladi.

Agar $\frac{F}{A} > 0$ va $\frac{F}{A} = m^e$ bo‘lsa $nx + c_k = m^e$ bo‘ladi. Agar $\frac{F}{A} \ne m^e$ bo‘lsa tenglamaning har ikki qismini 1dan farqli ixtiyoriy musbat asosga ko‘ra logarifmlaymiz.

1-misol. Ushbu

$$3^{\sqrt{x}+1} - 2 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 3^{\sqrt{x}-1} = 6$$

tenglamani yeching.

EduVision: Journal of Innovations in Pedagogy and Educational Advancements
Volume 2, Issue 6, June 2026
brightmindpublishing.com
ISSN (E): 3061-6972

Yechish. $3^{\sqrt{x}-1}(\frac{3^{\sqrt{x}+1}}{3^{\sqrt{x}-1}}-\frac{2\cdot 3^{\sqrt{x}}}{3^{\sqrt{x}-1}}-1)=6;\ 3^{\sqrt{x}-1}(9-6-1)=6;$

$3^{\sqrt{x}-1}=3;\ \sqrt{x}-1=1;\ \ \sqrt{x}=2;\ \ x=4$

Javob: 4

2-misol. Ushbu

$$4^{x^2+x-1}-4^{x^2-x-1}=1,5\cdot 4^{x^2-1}$$

tenglamani yeching.

Yechish. $4^{x^2-1}(4^x-\frac{1}{4^x})=1,5\cdot 4^{x^2-1};$

$4^{x^2-1}>0$ bo‘lganligi uchun $\left(4^x-\frac{1}{4^x}\right)=1,5$; $4^x=t,\ t>0$ bo‘lsin. U holda

$t^2-1,5t-1=0;\ t_1=2, t_2=-\frac{1}{2}<0$.

Demak, $4^x=2$ va $x=0,5$

Javob:0,5

II. $ma^{2f(x)}+na^{f(x)}+p=0$ ko‘rinishdagi tenglamalar

Bu ko‘rinishdagi tenglamalar uchhadli ko‘rsatkichli tenglamalar deyiladi. $y=a^{f(x)}$, $y>0$ almashtirish natijasida $my^2+ny+p=0$ oddiy kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Uning ildizlari y_1 va y_2 larni topamiz. Ildizlari orasidan musbatlarini tanlab olib, $y_1=a^{f(x)}$, $y_2=a^{f(x)}$ tenglamalar yechiladi. Agar $y_1\le 0$ va $y_2\le 0$ bo‘lsa tenglama ildizga ega bo‘lmaydi.

3- misol. Ushbu

$$9^{x+1}-5\cdot 3^{x-1}=\frac{4}{9}$$

tenglamani yeching .

Yechish. Daraja xossalaridan foydalanib berilgan tenglamani

$$3^{2x}\cdot 9-\frac{5}{3}\cdot 3^x-\frac{4}{9}=0$$

ko‘rinishga keltiramiz. $3^x=t$ belgilash kiritib, $9t^2-\frac{5}{3}t-\frac{4}{9}=0$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz.

EduVision: Journal of Innovations in Pedagogy and Educational Advancements
Volume 2, Issue 6, June 2026
brightmindpublishing.com
ISSN (E): 3061-6972

$$t_{1,2}=\frac{\frac{5}{3}\pm\sqrt{\frac{25}{9}+16}}{2\cdot 9}=\frac{\frac{5}{3}\pm\frac{13}{3}}{18};\ t_1=\frac{1}{3}\ ,\ t_2=-\frac{4}{27}<0$$

Demak, $3^x=\frac{1}{3}$, $x=-1$

Javob: -1

4-misol. Ushbu

$$2^{\cos^2 x}+2^{\sin^2 x}=2\sqrt{2}$$

tenglamani yeching.

Yechish. $\cos^2 x=1-\sin^2 x$ bo‘lganligi uchun

$$2^{1-\sin^2 x}+2^{\sin^2 x}=2\sqrt{2};\quad \frac{2}{2^{\sin^2 x}}+2^{\sin^2 x}-2\sqrt{2}=0;$$

$$2^{2\sin^2 x}-2\sqrt{2}\cdot 2^{\sin^2 x}+2=0;\ (2^{\sin^2 x}-\sqrt{2})^2=0$$

$$2^{\sin^2 x}=2^{0,5};\ \frac{1-\cos 2x}{2}=\frac{1}{2};\ \cos 2x=0;\ x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k\ ,\ k\in Z$$

Javob: $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$, $k\in Z$

III. Ba’zi bir ko‘rsatkichli tenglamalarni yechishda almashtirishlardan foydalanish.

Tenglamani yechishda qanday almashtirish bajarilishi tenglamaning ko‘rinishiga bog’liq bo‘ladi. Shuning uchun tushuntirishlani aniq misollar yordamida olib boramiz.

5-misol. Ushbu

$$3\left(3^x+3^{-x}\right)+9\left(9^x+9^{-x}\right)=92$$

tenglamani yeching.

Yechish. $\left(3^x+3^{-x}\right)=t$ almashtirish bajaramiz. Bunda $t>0$. Oxirgi tenglikning har ikki qismini kvadratga ko‘tarib,

$$9^x+9^{-x}+2=t^2,\ \ 9^x+9^{-x}=t^2-2$$

ni hosil qilamiz. Natijada berilgan tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$9t^2+3t-110=0;\ \ D=9+3960=3969;\ t_{1,2}=\frac{-3\pm 63}{18}.$$

$t>0$ bo‘lganligi uchun $t=\frac{10}{3}$ va $3^x+3^{-x}=\frac{10}{3}$. $3^x=z$, $z>0$ belgilash kiritib, $3z^2-10z+3=0$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Bundan $z_1=3$ va $z_2=\frac{1}{3}$.

$3^x=3;\ x=1,\ 3^x=\frac{1}{3};\ x=-1$

Javob: ± 1.

Izoh.Tenglamaning chap qismi juft funksiya bo‘lganligi uchun ildizlari qarama qarshi sonlardir.

IV. $ma^{2f(x)}+na^{f(x)}b^{f(x)}+qb^{2f(x)}=0$ **ko‘rinishdagi tenglamalar.**

$m\neq 0$, $n\neq 0$ deb hisoblab, tenglamaning har ikki qismini $a^{2f(x)}\neq 0$ga yoki $b^{2f(x)}\neq 0$ ga bo‘lamiz. Birinchi holda

$$m+n\left(\frac{b}{a}\right)^{f(x)}+q\left(\frac{b}{a}\right)^{2f(x)}=0$$

tenglamani hosil qilamiz. $\left(\frac{b}{a}\right)^{f(x)}=t$, $t>0$ almashtirish bajarib, oddiy kvadrat tenglamani hosil qilamiz.

6-misol. Ushbu

$$9^{x+0,5}+4^{x-0,5}=10\cdot 6^{x-0,5}$$

tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamani $9\cdot 9^{x-0,5}+4^{x-0,5}=10\cdot 6^{x-0,5}$ ko‘rinishda yozib olamiz. Tenglamaning har ikki qismini $4^{x-0,5}>0$ ga bo‘lamiz va

$$9\cdot 1,5^{2(x-0,5)}+1=10\cdot 1,5^{x-0,5}$$

tenglamani hosil qilamiz. $1,5^{x-0,5}=a, a>0$ belgilash kiritib,

$9a^2-10a+1=0;\ a=1$ va $a=\frac{1}{9}$larni topamiz.

$\left(\frac{3}{2}\right)^{x-0,5}=1$ va $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-0,5}=\frac{1}{9}$ tenglamalarni yechamiz.

$\left(\frac{3}{2}\right)^{x-0,5}=\left(\frac{3}{2}\right)^{0};\ x=0,5.$

EduVision: Journal of Innovations in Pedagogy and Educational Advancements
Volume 2, Issue 6, June 2026
brightmindpublishing.com
ISSN (E): 3061-6972

$\left(\frac{3}{2}\right)^{x-0,5}=\frac{1}{9}$; $x-0,5=\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{9}$; $x=0,5+\log_{\frac{2}{3}}9$

Javob: $0,5$; $0,5+\log_{\frac{2}{3}}9$

XULOSA

Ko‘rsatkichli tenglama matematikaning turli bo‘limlari asosida o‘rganilib, hamda boshqa sohalarni o‘rganishda, ularning masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Ayni paytda u talabalarni mantiqiy fikrlashga, to‘g’ri xulosa chiqarishga, matematik madaniyatini oshirishga xizmat qiladi. Talabalarga umumiy o‘rta ta’lim maktab, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida qaralayotgan yechilishi murakkabroq ko‘rsatkichli funksiya bilan bog’liq masalalarni, ularni yechish usullarini chuqurroq o‘rgatish, talabalarda ko‘rsatkichli tenglamani yechish bo‘yicha umumlashgan ko‘nikma va malakalarni shakllantirish va rivojlantirishdan iborat. Bundan tashqari ko‘rsatkichli tenglamalarni yechishning noan’anaviy usullarini bilishi va turli fanlar hamda sohalar uchun qo‘llash ko‘nikmalariga ega bo‘lishiga yordam beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1.Muhamedov K.”Elementar matematikadan qo‘llanma” O‘quv qo‘llanma. Sharq nashriyoti matbaa ak.komp.Toshkent 2008 y.
2.Usmonov F.R, Isomov R.D “Matematikadan qo‘llanma” O‘quv qo‘llanma.“Yangi asr avlodi” nashriyoti. Toshkent 2006 y.
3.Q.Jumaniyozov va G. Muhammedova “Matematikadan misol va masalalar yechish metodikasi” O‘quv qo‘llanma T: «Brok class servis».2014 y
4.A.Normatov, Q.Jumaniyozov va boshqalar. “Matematikadan praktikum”, Mustaqil ishlar to‘plami. TDPU. 2006 y.
5.А.Я.Канель-Белов, А.К.Ковальджи ”Как решают нестандартые задачи” Москва Изд. МЦНМО, 2008г.
6.Севрюков, П. Ф. ”Тригонометрические уравнения и неравенства и методика их решения” Учебное пособие. Ставрополь. Сервис-школа, 2004.